

ເພື່ອ ຄູອາຈານ ຢູ່ປະເທດລາວ

ການຄົ້ນຄ້ວາສຶກສາ ວິຊາຄະນິດສາດ

JOCV23-1 • ຄູອາຈານ ທ່ານ. ຮິໂຣະຊິ ອະໄລ

11 / 2 / 2013

ໄລ່ລຳດັບຂອງການສ້າງຮູບແບບການຄູນແມ່ນວ່າ

「ຈຳນວນລະ1×ຈຳນວນ(ອັດຕາ)=ຈຳນວນທັງໝົດ」

ຄຳຖາມ : ໃນຊັ້ນຮຽນປະຖົມຖ້າມີຄຳຖາມດັ່ງລຸ່ມນີ້;

「ແມງມຸມມີ2ໂຕ.ແຕ່ລະໂຕແມງມຸມນັ້ນມີ8ຂາ.ຖາມວ່າຂາທັງໝົດມີຈັກຂາ?」

ກ່ຽວກັບຄຳຖາມນີ້,ຮູບແບບAຫຼືBຕໍ່ໄປນີ້ອັນໃດຖືກ?

$$A : 2 \times 8 = 16$$

$$B : 8 \times 2 = 16$$

ຄຳຕອບ. 16 ຂາ

ຄຳຕອບ. B

~ການຄົ້ນຄ້ວາການຄູນຈາກ 「ຄວາມໝາຍຂອງ4ການໄລ່ເລກ

ຄືການບວກ,ການລົບ,ການຄູນແລະການຫານ」 ~

ໃນຊັ້ນຮຽນປະຖົມ,ຄວາມໝາຍຂອງການບວກທັງໝົດມີ5ຊະນິດຄື;「ການໂຮມເຂົ້າກັນ, ການຕື່ມ, ການເພີ່ມ」. ສິ່ງທີ1ແມ່ນ「ການໂຮມເຂົ້າກັນ」.ຄຳຖາມຂອງ「ການໂຮມເຂົ້າກັນ」 ເຊັ່ນວ່າ「ຢູ່ສະຖານີລົດໄຟມີລົດໄຟສອງຄັນເຊັ່ນ;ລົດໄຟຄັນທີໜຶ່ງມີ5ຕູ້ແລະລົດໄຟຄັນທີສອງມີ3ຕູ້.ຖ້າຕິດຕໍ່ກັນລົດໄຟທັງໜຶ່ງກັບລົດໄຟທີສອງ,ລົດໄຟຄັນນັ້ນຈະມີທັງໝົດຈັກຕູ້?」.ຄວາມໝາຍຂອງຄຳຖາມແນວນັ້ນແມ່ນ「ການໂຮມເຂົ້າກັນ」.

ຮູບແບບກໍລະນີນີ້ເປັນທັງ 5+3 ແລະ 3+5 ອັນໃດກໍ່ໄດ້ເພາະວ່າລະບຽບການແລກປ່ຽນສຳເລັດໄດ້.ນັກຮຽນຈະເຂົ້າໃຈງ່າຍໆ.

ສິ່ງທີ2ແມ່ນ「ການຕື່ມ」.ຄຳຖາມຂອງ「ການຕື່ມ」 ເຊັ່ນວ່າ「ລົດໄຟມີ5ຄັນຢູ່ສະຖານີລົດໄຟ.ຕາມຫຼັງນັ້ນລົດໄຟມາ3ຄັນແລ້ວ.ຢູ່ສະຖານີລົດໄຟນັ້ນລົດໄຟມີທັງໝົດຈັກຄັນ?」.ຄວາມໝາຍຂອງຄຳຖາມແນວນັ້ນແມ່ນ「ການຕື່ມ」.

ຮູບແບບກໍລະນີນີ້ເປັນ $5+3$, ແລະກໍຕື່ມວ່າບໍ່ເປັນ $3+5$. ໃນກໍລະນີແນວນີ້ລໍາດັບຂອງຮູບແບບສໍາຄັນຫຼາຍ. ເມື່ອລອງຜະລິດຢາເຄມີສາດໃນເວລາທົດລອງວິທະຍາສາດ, ລໍາດັບແນວນີ້ສໍາຄັນຫຼາຍກໍຄືກັນ. ຍ້ອນວ່າຖ້າຜິດລໍາດັບຂອງການໃສ່ຢາເຄມີສາດ, ຈິ່ງຈະບໍ່ສໍາເລັດຢາເຄມີສາດຖືກ. ດັ່ງນັ້ນ, ສອນກ່ຽວກັບ «ການຕື່ມ», «ລໍາດັບ» ຂອງຮູບແບບແມ່ນຈຸດສໍາຄັນ.

ສິ່ງທີ3ແມ່ນ «ການເພີ່ມ». ຄໍາຖາມຂອງ «ການເພີ່ມ» ເຊັ່ນວ່າ «ປົກກາຍ, ນໍ້າໜັກຂ້ອຍເປັນ60. ປີນີ້, ເພີ່ມ3ແລ້ວ. ຖາມວ່າດຽວນີ້ນໍ້າໜັກຂ້ອຍເປັນເທົ່າໃດ?». ຄວາມໝາຍຂອງຄໍາຖາມແນວນັ້ນແມ່ນ «ການເພີ່ມ» .

ຄວາມໝາຍຂອງການລົບແມ່ນວິທີຄິດໄລ່ກົງກັນຂ້າມກັບການບວກ.
«ການໂຮມເຂົ້າກັນ» ກົງກັນຂ້າມກັບ «ການຊອກຫາຈໍານວນເພື່ອເຕັມ» . ສ່ວນ, «ການຕື່ມ» ກົງກັນຂ້າມກັບ «ການຊອກຫາເຫຼືອ» . ກໍຍັງມີອີກ, «ການເພີ່ມ» ກົງກັນຂ້າມກັບ «ການຊອກຫາຄວາມແຕກຕ່າງ» . ໃນເລື່ອງເທື່ອນີ້ການອະທິບາຍກ່ຽວກັບການລົບຕັດອອກ.

ຄວາມໝາຍຂອງການຄູນມີທັງໝົດ3ຊະນິດດັ່ງລຸ່ມນີ້;
ຊະນິດທີ1ແມ່ນວ່າ «ຈໍານວນລະ1 × ຈໍານວນ(ອັດຕາ) = ຈໍານວນທັງໝົດ»
※ກ່ຽວກັບເລື່ອງນີ້ «ການຄົ້ນຄ້ວາສຶກສາວິຊາຄະນິດສາດທີ6» ເບິ່ງຊ່ວຍ.
ຊະນິດທີ2ແມ່ນວ່າ «ແມ່ຈໍານວນ × ເທື່ອ = ຈໍານວນທີ່ຖືກປຽບທຽບ» . ກໍຄືວ່າມັນໝາຍຄວາມ «ອັດຕາ» .
ຊະນິດທີ3ແມ່ນວ່າການຄິດໄລ່ເພື່ອສ້າງຫົວໜ່ວຍໃໝ່ຂອງການຄູນເຊັ່ນ; «ລວງຍາວ × ລວງຍາວ = ເນື້ອທີ່ ; ເນື້ອທີ່ພື້ນ × ລວງສູງ = ບໍລິມາດ ; ແລະອື່ນໆ» . ໃນເລື່ອງເທື່ອນີ້ການອະທິບາຍກ່ຽວກັບການຄູນກໍຕັດອອກ.

ຄວາມໝາຍຂອງການຫານແມ່ນວິທີຄິດໄລ່ກົງກັນຂ້າມກັບການຄູນ, ແລະທັງໝົດມີ3ຊະນິດເຊັ່ນ; «ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ ; ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈໍານວນເທົ່າກັນ ; ອັດຕາ(ເທື່ອ)» .
ຊະນິດທີ1ແມ່ນ«ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ». «ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ» ແມ່ນການຫານນິຍົມຫຼາຍສຸດ. ຕົວຢ່າງວ່າ; «ໝາກກ້ຽງທັງໝົດມີ12ໜ່ວຍ. ເດັກນ້ອຍ4ຄົນແບ່ງປັນກັນໃຫ້ໄດ້ຈໍານວນໝາກກ້ຽງເທົ່າກັນ. ຖາມວ່າທຸກຄົນໄດ້ຮັບໝາກກ້ຽງຄົນລະຈັກໜ່ວຍ? » ຖ້າມັນສະແດງໂດຍແທນການຄູນທີ່ກົງກັນຂ້າມ, ການຄິດໄລ່ນັ້ນເປັນການຊອກຫາ «ຈໍານວນລະ1» .

ຊະນິດທີ2ແມ່ນ «ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈໍານວນເທົ່າກັນ» . «ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈໍານວນເທົ່າກັນ» ແມ່ນການຫານນິຍົມຫຼາຍສຸດ. ຕົວຢ່າງວ່າ; «ໝາກກ້ຽງທັງໝົດມີ12ໜ່ວຍແລະແຈກຢາຍໃຫ້ເດັກນ້ອຍຄົນລະ4ໜ່ວຍ. ຖາມວ່າຈໍານວນເດັກນ້ອຍທີ່ໄດ້ໝາກກ້ຽງທັງໝົດມີຈັກຄົນ? » ຖ້າມັນສະແດງໂດຍແທນການຄູນທີ່ກົງກັນຂ້າມ, ການຄິດໄລ່ນັ້ນເປັນການຊອກຫາ «ຈໍານວນ(ອັດຕາ)» .

ຊະນິດທີ3ແມ່ນ«ອັດຕາ(ເທື່ອ)». «ອັດຕາ(ເທື່ອ)» ແມ່ນການໄລ່ເລກເພື່ອຊອກຫາອັດຕາລະຫວ່າງສອງຈໍານວນ. ຕົວຢ່າງວ່າ «ຈໍານວນທີ່ຖືກປຽບທຽບ ÷ ແມ່ຈໍານວນ = ອັດຕາ(ເທື່ອ)» .

ດັ່ງກ່າວເຫຼົ່ານັ້ນແມ່ນຄວາມໝາຍຂອງ4ການໄລ່ເລກຄືການບວກ, ການລົບ, ການຄູນແລະການຫານກ.

~ 「ຈຳນວນລະ1」 × 「ຈຳນວນ(ອັດຕາ)」 ~

ເມື່ອຄິດວິເຄາະກ່ຽວກັບການສ້າງຮູບແບບການຄູນຈາກໂຈດເລກ,ບາງເທື່ອມີແນວຄິດວ່າ「ຄູຄວນຈະບໍ່ໃຫ້ອະຍຸຍາດນັກຮຽນປ່ຽນຮູບແບບ $a \times b$ ເຖິງ $b \times a$.」. ແນວຄິດກ່ຽວກັບບັນຫານັ້ນຂອງຂ້ອຍວ່າ 「ເຮົາບໍ່ສາມາດວິເຄາະໂດຍຄິດແຍກຈາກລຳດັບພັດທະນາການຂອງນັກຮຽນ.」 .

ກໍຄືວ່າ, ຂ້ອຍສົມມຸດວ່າຈຸດທີ່ຄູໃຫ້ອະຍຸຍາດຫຼືບໍ່ກ່ຽວກັບບັນຫານັ້ນບໍ່ແມ່ນລຳດັບຂອງ 「ຕົວຄູນແລະຕົວຕັ້ງຄູນ」 ຖືກຫຼືບໍ່, ຈຶ່ງແມ່ນວ່ານັກຮຽນເຂົ້າໃຈຄວາມແຕກຕ່າງຂອງ「ຈຳນວນລະ1ແລະ 1 ຈຳນວນ(ອັດຕາ)」 ຈາກໂຈດເລກຖືກຫຼືບໍ່. ຖ້າຄູໄດ້ສອນໃຫ້ນັກຮຽນວ່າຄວາມໝາຍຂອງການຄູນແມ່ນ 「ຈຳນວນລະ1 × ຈຳນວນ(ອັດຕາ) = ຈຳນວນທັງໝົດ」, ຄູຕ້ອງການບອກວ່າເວລາແກ້ໂຈດເລກຄູບໍ່ໃຫ້ອະຍຸຍາດການປ່ຽນລຳດັບຂອງ「ຈຳນວນລະ1」 ແລະ 「ຈຳນວນ(ອັດຕາ)」. ໂດຍຄູສອນແນວນັ້ນນັກຮຽນຈະເຂົ້າໃຈຄວາມໝາຍຂອງການຄູນແລະໂຈດເລກດີຂຶ້ນ, ຍັງມີອີກນັກຮຽນຈະບໍ່ລຳບາກລຳດັບຂອງຮູບແບບການຄູນ.

ຖ້າໃຫ້ນັກຮຽນບໍ່ສາມາດເຂົ້າໃຈຄວາມຄິດຂອງ 「ຈຳນວນລະ1」 ແລ້ວຮຽນຕໍ່ເລີຍ, ເວລາຮຽນການຫານຫຼືຮຽນບໍລິມາດຂອງການບັນຈຸໃນເຊັ່ນ; ຄວາມໄວ, ອັດຕາລະລາຍ, ນັກຮຽນຈະບໍ່ເຂົ້າໃຈວ່າຈຳນວນໃດແທນຫຍັງແລະລຳບາກແລ້ວເຜີສ້າງຮູບແບບຜິດ.

ຕໍ່ໄປ, ຈຶ່ງວິເຄາະກ່ຽວກັບລຳດັບຂອງຮູບແບບພ້ອມສັງເກດຫົວໜ່ວຍ. ເມື່ອສ້າງຮູບແບບໂດຍແທນໃສ່ສູດ「ຈຳນວນລະ1 × ຈຳນວນ(ອັດຕາ) = ຈຳນວນທັງໝົດ」 ຈາກໂຈດເລກ, ຫົວໜ່ວຍຂອງຕົວຕັ້ງຄູນແລະຜົນຄູນກົງຄືກັນ.

ຕົວຢ່າງວ່າ; 「ແມງມຸມມີ2ໂຕ. ແຕ່ລະໂຕນັ້ນມີ8ຂາ. ຖາມວ່າຂາທັງໝົດມີຈັກຂາ?」

ເມື່ອຄິດກ່ຽວກັບຄຳຖາມນັ້ນ, ຫົວໜ່ວຍຂອງ「ຈຳນວນຂາຂອງແຕ່ລະແມງມຸມ」ທີ່ກົງກັນກັບ「ຈຳນວນລະ1」ແມ່ນ「ຂາ」, ຫົວໜ່ວຍຂອງ「ຈຳນວນຂອງແມງມຸມ」ທີ່ກົງກັນກັບ「ຈຳນວນ(ອັດຕາ)」ແມ່ນ「ໂຕ」, ແລະຫົວໜ່ວຍຂອງ「ຈຳນວນທັງໝົດຂອງຂາ」ທີ່ກົງກັນກັບ「ຈຳນວນທັງໝົດ」ແມ່ນ「ຂາ」.

ຕົວຢ່າງ : 「 8 ຂາ 」 × 「 2 ໂຕ 」 = 「 16 ຂາ 」

ຖ້າປ່ຽນລຳດັບຂອງຮູບແບບນັ້ນ, ຈະເປັນແນວໃດ?

ຕົວຢ່າງ : 「 2 ຂາ 」 × 「 8 ໂຕ 」 = 「 16 ຂາ 」

ມັນຈະເປັນວ່າ「ຈຳນວນຂາຂອງແຕ່ລະແມງມຸມ」ເປັນ2ຂາ, 「ຈຳນວນຂອງແມງມຸມ」ເປັນ8ໂຕ. ແມງມຸມຈະມີ2ຂາແລະຢ່າງດ້ວຍ2ຂາ. ມັນແປກແລະລຳບາກຫຼາຍ. ເມື່ອຕົວຄູນເປັນຈຳນວນທົດສະນິຍົມຫຼືເລກສ່ວນ, ຕ້ອງໃຫ້ນັກຮຽນເຂົ້າໃຈຄວາມໝາຍຂອງຄິດໄລ່ແລະລະບຽບການແລກປ່ຽນໃຫ້ດີ. ແລ້ວນັ້ນໃຫ້ນັກຮຽນເຂົ້າໃຈຕື່ມໃໝ່ກ່ຽວກັບການປ່ຽນຄວາມໝາຍຂອງຮູບແບບໃຫ້ງ່າຍໆໂດຍແທນໃສ່ໃນ「ຮູບແບບດ້ວຍຄຳສັບ」ແລະອື່ນໆ.

ຄູຕ້ອງການເຂົ້າໃຈລຳດັບຂອງການຮຽນວິຊາຄະນິດສາດຕົວຊັ້ນປະຖົມສຶກສາແລ້ວເຮັດຊົ່ວໂມງສອນ. ແລະຕອນທຳອິດຂອງການສອນການຄູນ, ຄູຄວນຈະສອນລຳດັບຂອງການສ້າງຮູບແບບເພື່ອໃຫ້ນັກຮຽນເຂົ້າໃຈ

ຄວາມໝາຍຂອງ «ຈຳນວນລະ1» ແລະ «ຈຳນວນ(ອັດຕາ)» .ຄູຄວນຈະໃຫ້ອະຍຸຍາດປ່ຽນລຳດັບຂອງຮູບແບບ ຫຼັງຈາກສອນລະບຽບການແລກປ່ຽນແລະກຳນົດເວລາພຽງແຕ່ຄຳນວນເລກເທົ່ານັ້ນ. ພາຍຫຼັງ,ເມື່ອນັກຮຽນມີຈິນຕະນາການຂັ້ນຕອນແທ້ຈິງຈາກໂຈດເລກ,ຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບລຳດັບຂອງຮູບແບບ ຈະໄດ້ຜົນດີໆ.ມີຍັງອີກ,ມັນຈະຕິດຕໍ່ຄວາມເຂົ້າໃຈກ່ຽວກັບຄວາມຮູ້ຂະໜາດຈຳນວນແລະການຄິດໄລ່ຂອງ ນັກຮຽນຕະຫຼອດ.

ລຳດັບເພື່ອສ້າງຮູບແບບການຄູນຈາກໂຈດເລກແມ່ນ

$$\text{«ຈຳນວນລະ1} \times \text{ຈຳນວນ(ອັດຕາ)} = \text{ຈຳນວນທັງໝົດ»}$$

ラオスの先生のための

小学算数科研修

JOCV23-1・小学校教諭 新井 宏

2013年2月11日（月）

『かけ算の順序は「1あたり量×いくつ分＝全体量」』

問題：小学校算数科で「クモが2匹います。それぞれ足が8本ずつあります。では、足は全部で何本あるでしょう？」という問題があったとします。式として正しいのは、次のA、Bのどちらでしょう？

$$A: 2 \times 8 = 16$$

$$B: 8 \times 2 = 16$$

答え. 16本

正解は、B。

～「四則演算の意味」から考えるかけ算～

たし算の意味は小学校では「合併、添加、増加」の3つです。

1番目「合併」の典型として「電車5台と電車3台をつなぐとみんなで何台」というような問題が合併です。

これは $5+3$ でも $3+5$ でもOKで交換法則が成り立ち、子どもたちの理解も速やかです。

2番目に「添加」。「えきに電車が5台あります。あとで3台きました。えきには何台電車がありますか。」などの問題です。これは、 $5+3$ ですが、 $3+5$ とはなりません。この考えは理科の実験で試薬を作るときも同様です。試薬を添加する順番があるからです。添加を教えるときは「順番」は大切なのです。どちらでもいい、という教え方をすると子どもは混乱するのです。

最後の3番目の「増加」は、「体重が去年から3キログラム増えた」などなどを扱うときの演算です。

引き算はたし算の逆思考で、合併には「求補」。添加には「求残」。増加には「求差」と対応しますが、今回は長くなるの

で、引き算については、省略します。

かけ算の意味は3つあります。

1つ目は「1あたり量×いくつ分＝全体量」です。

2つ目は「基になる数×倍＝比べる量」、つまり割合です。

3つ目は「長さ×長さ＝面積。面積×長さ＝体積」など新しい乗法単位を作るための演算です。例は省略します。

わり算の意味は、「等分除、包含除、倍」の3つでかけ算の逆思考です。

まず典型的な割り算は等分除。「みかんが12個あります。4人に同じ数ずつ分けると、1人分は何個になるでしょう」というもので、かけ算でいうならば「1あたりの数を求めるものです」

包含除は「みかんが12個あります。1人に4個ずつ配ると、何人に分けられるか」というもので、かけ算のいくつ分を求める演算です。

倍は「比較量÷基本量＝倍」というもので2量の間隔を求める演算です。以上が四則演算の意味です。

～「1あたり量」×「いくつ分」～

さて、文章問題からの立式の際に「 $a \times b$ を $b \times a$ とすることを認めるのは間違いである」というテーマについて考えるとき、これは「子どもの発達段階と不可分」です。

つまり、この問題で、教師が間違いとするのは「かける数とかけられる数」の順番違いではなくて「1あたり量といくつ分」の違いを理解しているかどうかを指導しているのでは、と思うのです。最初に公式として「1あたり量×いくつ分＝全体量」と教えた以上は、子どもたちに「1あたり量」「いくつ分」という概念を混同することなく定着させるために、入れ替えた場合は間違いであると指導することで正しい理解をさせようとしています。

「1あたり量」という概念をしっかりと子どもたちに定着させないで、次に進むと子どもたちは、わり算や内包量（速度とか濃度などなど）の学習になると混乱して適当に立式するようになってしまいます。

ここで単位に着目して式の順序について考えてみましょう。

「1あたり量×いくつ分＝全体量」にあてはめて立式される問題では、被乗数と積の単位は一致しなければなりません。

例えば、「足が8本のクモが2匹います。足は全部で何本でしょう？」という問題では、1あたり量にあたる「クモ1匹の足の数」の単位は「本」、いくつ分にあたる「クモの数」の単位は「匹」、そして全体量にあたる「全部の足の数」の単位は「本」となります。

例： 「8本」×「2匹」＝「16本」

これを順序を入れ替えるとどうでしょう。

例： 「2本」×「8匹」＝「16本」

「クモ1匹の足の数」は2本、「クモの数」は8匹となり、クモが直立歩行の生き物となっておかしなことになってしまいます。

乗数が小数や分数になる場合は、演算の意味と形式不変の原理をよく理解し、「ことばの式」を仲介にした「いくつ分」の見直しなどにより、その意味の変換を児童にわかる形で示していくことが大切です。

教師は小学校で理解する算数全体を見通して、かけ算の初めには、「1あたり量」、「いくつ分」を理解させるために、立式の順序にこだわらなければなりません。入れ替えをよしとするのは交換法則を学習したあとの計算過程でのみとするべきです。

いずれ具体的場面（絵や図に描く）をイメージした場合、この順序にこだわる効果が効果を表してきます。そしてそれが、数量感覚の育成や数の具体的操作という理解につながっていくのです。

文章問題から、かけ算を立式する際の順序は

「1あたり量×いくつ分＝全体量」