

ເພື່ອ ອຸອາຈານ ຢູ່ປະເທດລາວ

ການຄົ້ນຄ້ວາສຶກສາ ວິຊາຄະນິດສາດ

JOCV23-1 • ອຸອາຈານ ທ່ານ. ສີໄອເຊີ ອະໄລ

14/ 2 / 2013

『ສອງການຫານຄື ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ』

ແລະ 『ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ』』

ຄຳຖາມ : 「ຂ້ອຍມີໝາກກັງໜ້າຍໜ່ວຍ.ຂ້ອຍແບ່ງປັນໝາກກັງໜັນໃຫ້ເດັກນ້ອຍຄືນລະ3ໜ່ວຍ.

ເວລາເອົາໃຫ້12ໜ່ວຍແລ້ວໝາກກັງໜ້າມີດໝົດແລ້ວ.ຖາມວ່າຕອນທໍາອິດຂ້ອຍມີໝາກກັງໜ້າມີດຈັກໜ່ວຍ?」

ກ່ຽວກັບຄຳຖາມເທິງນີ້,ນັກຮຽນ3ຄົນຕອບລຸ່ມນີ້.ນັກຮຽນໄດ້ຕອບຖືກ?

ຫ້າວ.A	ຮູບແບບ	$3 \div 12$	→	ຄຳຕອບ.	?ໜ່ວຍ?ຄືນ?
ນາງ.B	ຮູບແບບ	12×3	→	ຄຳຕອບ.	36ໜ່ວຍ.
ຫ້າວ.C	ຮູບແບບ	$12 \div 3$	→	ຄຳຕອບ.	4ຄົນ.

ຄຳຕອບ. ຫ້າວ. C .

~ 『ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ』 ແລະ
『ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ』 ມີຄວາມໝາຍວ່າ~

『ເມື່ອວິເຄາະກຸ່ງວັບການຫານຈາກຄວາມໝາຍຂອງການຄຸນທີ່ເປັນການຄິດໄລ່ເພື່ອຊອກຫາອັດຕາສ່ວນ, ການຫານມີສອງຊະນິດຄື“ການຫານເພື່ອຊອກຫາແມ່ຈຳນວນ”ແລະ“ການຫານຊອກຫາອັດຕາສ່ວນ”.』

ການຫານສາມາດແຍກສອງສ່ວນຊະນິດ (ເຖົາລວມການຫານທີ່ຊອກຫາ «ອັດຕາ(ເທື່ອ)», ທັງໝົດມີ3ຊະນິດ.) .ການຫານທີ່ໜຶ່ງແມ່ນ『ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ』, ການຫານທີ່ສອງແມ່ນ『ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ』.

『ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ』 ມີຄວາມໝາຍວ່າ“ການຫານເພື່ອຊອກຫາແມ່ຈຳນວນ”ເຊັ່ນ; ການຫານເພື່ອ『ແບ່ງປັນໃຫ້ໂສ່ວນ』 ທີ່ຊອກຫາສູດ «ຈຳນວນທັງໝົດ ÷ ຈຳນວນ = ຈຳນວນລະ1』 .ຮູບແບບຕົວຢ່າງ

$12 \div 4 = 3$ ທີ່ສ້າງຈາກຄໍາຖາມວ່າ 「ໝາຍກວັງມີຫັງໝົດ 12 ພ່ວຍ. ຖ້າເດັກນ້ອຍ 4 ຄືນແບ່ງກັນ, ເດັກນ້ອຍຈະໄດ້ໝາຍກວັງຄືນລະຈັກໜ່ວຍ?」 ແມ່ນ 「ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ」 .

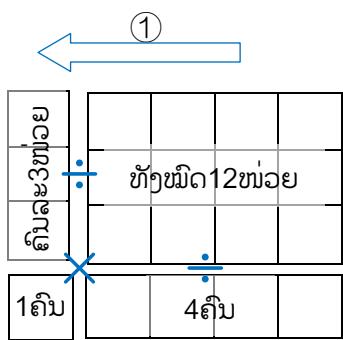
ສ່ວນ, 「ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」 ມີຄວາມໝາຍວ່າ “ການຫານຊອກຫາອັດຕາສ່ວນ” ເຊັ່ນ; ການຫານເພື່ອ 「ແບ່ງປັນໃຫ້ເປັນສ່ວນລະໜ່ວຍ」 ທີ່ຊອກຫາສູດ 「ຈຳນວນຫັງໝົດ: ຈຳນວນລະ 1 = ຈຳນວນ」 . ຮູບແບບຕົວຢ່າງ $12 \div 3 = 4$ ທີ່ສ້າງຈາກຄໍາຖາມວ່າ 「ໝາຍກວັງມີຫັງໝົດ 12 ພ່ວຍ. ບ້າແບ່ງປັນໃຫ້ເດັກນ້ອຍຄືນລະ 3 ພ່ວຍ, ເດັກນ້ອຍທີ່ໄດ້ໝາຍກວັງມີຫັງໝົດຈັກຄືນ?」 ແມ່ນ 「ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」 .

ຫັງການຄິດໄລ່ສອງຊະນິດກຳແນ່ງການຫານຄືກັນ. ແຕ່ວ່າເມື່ອຄິດຈາກກຳລະນີທີ່ຈຳນວນແກນການຮັດແກ້ຈຶງ, ຈະເຂົ້າໃຈວ່າຫັງການຄິດສອງຊະນິດນັ້ນມີຄວາມໝາຍຕ່າງກັນ.

ຈຶ່ງວິເຄາະກ່ຽວກັບຄວາມແຕກຕ່າງຂອງ 「ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ」 ແລະ 「ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」 ຈາກຕົວຢ່າງດັ່ງກ່າວທີ່ມີຄືນລະ ຊັ້ນ-ການຫານ.

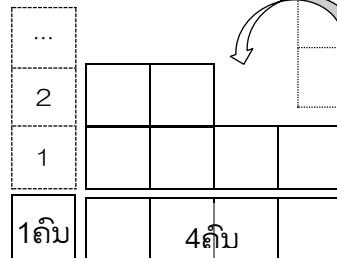
(※ 「ການຄືນຄົວສຶກສາວິຊາຄະນິດສາດ 6 • ຮູບການຄຸນ-ການຫານ」 ເບິ່ງຊ່ວຍ)

【ຮູບການຄຸນ-ການຫານ】



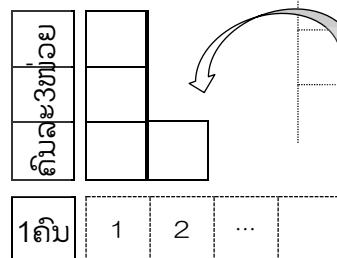
「ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ」 ...ການຫານທີ່ຖືກສະແດງດ້ວຍ①

ຄືນລະ? ພ່ວຍ



「ການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」

...ການຫານທີ່ຖືກສະແດງດ້ວຍ②



? ຄືນ

នັກຮຽນຈະໄປລໍາດັບຂອງຊັ້ນຮຽນຂຶ້ນກ່ວາ,ການຕັດສິນຄົດໄລ່ກ່ຽວກັບໂຈດເລກກຳຈະເປັນການຍາກກ່ວາ.ຢັ້ງມີອີກ,ຫຼັງຈາກຮຽນກ່ຽວກັບຈຳນວນທີດສະນິຍົມແລະເລກສ່ວນ,ການຕັດສິນຄົດໄລ່ດ້ວຍຫຼາຍຂອງຈຳນວນຈະກາຍເປັນຍາກຂຶ້ນກ່ວາ.ໂດຍສະເພາະ,ການຫານຍາກຍົດອ່ນວ່າມັນລວມມີສອງຊະນິດດັ່ງກ່າວແລ້ວນີ້.ນັກຮຽນເຜີລໍາບາກຄົດໄລ່ການຫານ.

ສິດທິພາບຂອງການສອນ 「ການຫາມເພື່ອຫຼືປະຈຳນວນເທົ່າກັນ」 ກ່ອນ

ເຫດຜົນທີ່ວ່າ 「ການທານເພື່ອທໍາໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」 ກ່ອນດີກ່ວາມີສອງອັນລຸ່ມນີ້.

「ນັກຮຽນສາມາດແກ້ໄຂການຫານເພື່ອຫຸ້ມໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」ດ້ວຍການລົບໂດຍລົບຈຳນວນຄືກັນຊ້າງໄປ.」

「ນັກຮຽນສາມາດຊອກຫາຜົນຫານໄດ້ເວົ້າສູດຄຸນຂອງຈຳນວນທີ່ຕົວຕັ້ງຫານເທິ່ງກັນ.」
ຕອນນີ້, ເຮົາອະທິບາຍກ່ຽວກັບ «ການເວົ້າສູດຄຸນຂອງຈຳນວນທີ່ຕົວຕັ້ງຫານເທິ່ງກັນ» ພົມຕາມຕົວຢ່າງ
ລົງຈານວ່າ ແນື້

សៀវភៅ,ក្បួរកាបទេការវា 「ម្មាសបូរិចមិថុយិត20ខ្លួយ.តើដោរាយីតិនិប់រាយ,ដោរាយីជាតិម្មាសបូរិចមិថុយិតខ្លួយ?」 (ការងារបានដើរបែងចែក) ,បានរាយីជាតិដើរការពុំ.សំលៀបបានរាយីការពុំតិចឡើង បែប $\square \times 5 = 20$ យាយការវា. យោងវាំបានរាយីជាតិចុងក្រោមតួរឯកសារលើប៉ូសុទ្ធផ័ទេខ្លួនហើយ។ ដើម្បីបានរាយីជាតិចុងក្រោមតួរឯកសារលើប៉ូសុទ្ធផ័ទេខ្លួន, តើតុលាការបានដើរបែងចែកដើម្បីបានរាយីជាតិចុងក្រោមតួរឯកសារលើប៉ូសុទ្ធផ័ទេខ្លួន។

$$5 \times \square = 20 \quad \longleftrightarrow \quad \square \times 5 = 20$$

(ຕາມການຫານເພື່ອຫຸ້ມປະຈຳນວນເທົ່າກັນ) ຈ່າຍກ່ວາ

ຢາກກວ້າ (ຕາມການຫາມເພື່ອແບ່ງສ່ວນ)

บางເທື່ອ,ຄໍາເຫັນວ່າ 「ໃນຊີວິດປະຈຳວັນຂອງເດັກນ້ອຍ,ຕາມປຶກກະຕິປະສົບການທີ່ດຳເນີນການແບ່ງປັນມີຫຼາຍກ່ວ່າ.」 ກຳນົດ.ແຕ່ວ່າສໍາລັບເດັກນ້ອຍການແບ່ງປັນແມ່ນການດຳເນີນທີ່ມີຄວາມສັບສົນ.ການຕອບວ່າ 「ຄືນລະໄດ້ຈັກໜ່ວຍ?」 ທີ່ມູນມອງປຸງຈາກ 「ຈຳນວນຫັງໝົດ」 ເຖິງ 「ຈຳນວນລະ1」 ຫັງຈາກການແບ່ງປັນຮັນ,ມັນກໍຍາກກ່ວ່າ.ເຮົາຄົດວ່າທັງເມື່ອສອນ 「ການຫານມີເສດ」 ຢູ່ລຳດັບຂອງຂັ້ນນຳຂອງມັນ,ການສອນການຫານເພື່ອແບ່າສ່ວນກ່ອນຈະໄດ້ຜົນ.ແຕ່ວ່າຕາມປຶກກະຕິການສອນການຫານເພື່ອຫໍ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນທີ່ຄືວ່າ 「ການເຮັດ

ធម៌ទាចទង្វាគាំន់វេះ」 កំពុងឲ្យបានក្រសួងខេត្តឱ្យចាប់រាយការរាយការណ៍ដែលបានចូលរួមជាមុន។

ສຳລັບນັກງຽມການຕອບຄໍາຖາມທີ່ມູມມອງວາງໄວ້ຢູ່ 「ຈຳນວນຫັງໝົດ」 (ການສອນການຫານເພື່ອຫຸ່ປ
ຈຳນວນເທົ່າກັນກ່ອນ) ຕົວຢ່າງວ່າ 「ສາມາດຈັດໝວດ?」 ເຊົ້າໃຈຕົວຕອນຂອງໂຈດເລກງ່າຍກ່າວແລະໃຫ້ຜົນດີ.

ມາດຕະຖານທີ່ເພື່ອຕັດສິນຄິດໄລ່ກ່ຽວກັບ 「ເປັນຫຍັງນຳໃຊ້ການຫານ」

『ຄວາມຍາກຂອງການຕັດສິນຕິດໄລ່ກ່ຽວກັບໂຈດເລກການທານຍົອນວ່າການທານມີຄວາມໝາຍສອງຊະນິດທີ່ຕ່າງກັນກັບການບວກ, ການລົບແລະການຄຸນ.

ถ้าอีก, ทั้งงานตลาดขยายกว่าวัภสิ่งที่นักลงทุนจะหันมาสนใจและงานสอนตามลำดับของความเข้าใจของนักลงทุนแม่สิ่งที่สำคัญในช่วงโภคภัย. สำคัญ, โดยให้นักลงทุนสามารถเข้าใจความหมายของ「งานท่านเพื่อแบ่งส่วน」 และ「งานท่านเพื่อทำไปจนกว่าที่จะสำเร็จ」, พอกล่าวว่าจะสามารถตีมงานที่เพื่อตัดสินใจได้กว่าวัภ 「เป็นอย่างนี้ใช้งานท่าน」 2 ข้อนี้.

「ການຫານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ」 ແລະ 「ການຫານເພື່ອທຳໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」

「ການທ່ານເພື່ອແບ່ງສ່ວນ」 ມີຄວາມໝາຍວ່າ “ການທ່ານເພື່ອຊອກຫາແມ່ຈຳນວນ” ເຊັ່ນ; ການທ່ານເພື່ອ
「ແບ່ງປັນໃຫ້ໂສ່ວນ」 ທີ່ຊອກຫາສູ່ດ 「ຈຳນວນທັງໝົດ: ຈຳນວນ = ຈຳນວນລະ 1」 .

「ການທ່ານເພື່ອທີ່ໄປຈຳນວນເທົ່າກັນ」 ມີຄວາມໝາຍວ່າ “ການທ່ານຊອກຫາອັດຕາສ່ວນ” ເຊັ່ນ; ການທ່ານເພື່ອ
「ແບ່ງປັນໃຫ້ເປັນສ່ວນລະໂໜ່ວຍ」 ທີ່ຊອກຫາສູດ “ຈຳນວນທັງໝົດ: ຈຳນວນລະ 1 = ຈຳນວນ” .

ເອກະສານມ້າງອື່ງ:

- 『整数の計算 (リーディングス 新しい算数研究) 第4章 「除法の意味」』
- 『整数の乗除の意味と計算指導のキーポイント (ທ່ານ.ມະຊະຄົນ ຕະຄະອະຄົນ)』
- 『わり算の意味と方法についての具体的展開 (ທ່ານ.ໄອະຊະດະ ໄຄອິຈີ)』
- 『整数のわり算—その意味と方法— (ທ່ານ.ຊຸ່ງຍະມະ ມະຊະຮະລູ)』

ラオスの先生のための

小 学 算 数 科 研 修

JOCV23-1・小学校教諭 新井 宏

2013年2月14日(月)

『二つのわり算「等分除」と「包含除」の違い』

問題：「一人に 3 個ずつみかんを分けると、ちょうど 12 個で全てなくなりました。

では、何人の人がみかんをもらうことができたのでしょうか？」という

問題に対して 3 人の子どもが次のように答えました。正解は誰の答えでしょうか？

Aくん 式 $3 \div 12$ → 答え ?人?個?

Bさん 式 12×3 → 答え 36 個

Cくん 式 $12 \div 3$ → 答え 4 人

正解は、Cくん。

～「等分除」と「包含除」とは～

「除法は、乗法を割合で意味づけた場合，“基準量を求める場合”と“割合を求める場合”的 2 つがある。」

わり算は、大きく 2 つの計算（「倍」を求める計算を含めると 3 つ）に分けることができます。一つは「等分除」、もう一つは「包含除」です。

「等分除」とは、「全体量 ÷ いくつ分 = 1あたり量」の計算によって求めるような「口つに等分」するためのわり算です。例えば、「みかんが全部で 12 個あります。4 人で等しく分けると、一人あたりいくつのみかんがもらえますか？」といった問題から立式される $12 \div 4 = 3$ という計算がそれにあたります。

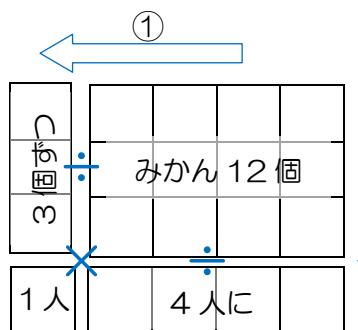
一方、「包含除」とは、「全体量 ÷ 1あたり量 = いくつ分」の計算によって求めるような「口つづつ等分」するためのわり算です。例えば、「みかんが全部で 12 個あります。一人あた

り3個ずつ分けると、何人に分けることができますか?」といった問題から立式される
 $12 \div 3 = 4$ という計算がそれにあたります。

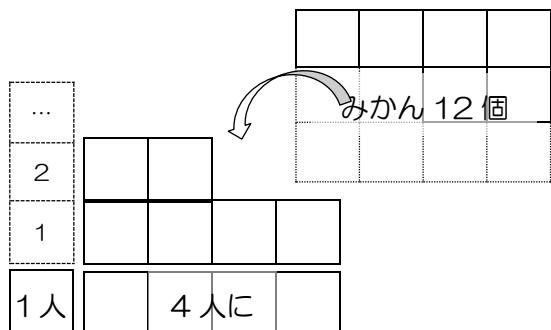
同じわり算の計算でも、その場面を数の具体的な操作に置き換えると全く意味の違う計算であることがわかります。

先に挙げた例題について、かけわり図から「等分除」と「包含除」の違いをとらえてみましょう。(※「ラオスの先生のための小学算数科研修6・かけわり図」参照)

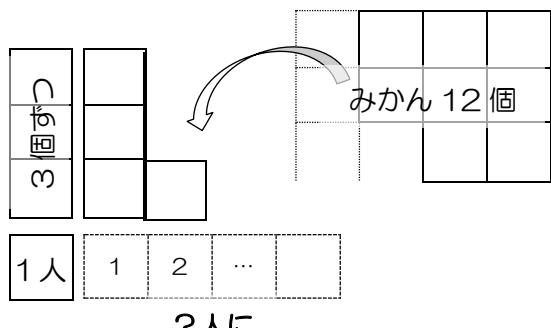
【かけわり図】



「等分除」…①の矢印で表されるわり算



「包含除」…②の矢印で表されるわり算



子どもたちは、学年が上がるにつれて、文章題の文言からかけ算とわり算の演算決定をすることが困難になってきます。小数や分数が入ってくると、数字の大きさで判断して立式することができなくなり、それはさらに難しくなります。特に、わり算は先に述べたような二つの計算が混在しているため、子どもたちに混乱を与えます。

ですから、この二つの違いを明確にして指導にあたり、理解させることで、子どもたちからわり算に対する混乱を払拭し「なぜわり算で計算するのか」という演算決定をより容易で確実なものにできるのです。

～包含除から導入することの分かりやすさ～

次に、「等分除」と「包含除」の区別を子どもたちへの指導の中でどのように活かしていくべきなのでしょうか。その方法の一つに、わり算の導入の段階で「包含除」から指導していくというものがあります。

包含除から導入することの分かりやすさの理由としては、次の 2 つが挙げられます。

「包含除の場合は、同数累減という操作で処理できる。」

「被乗数先唱で九九を唱えれば、除数を先唱して商を見つけることになる。」

ここでなぜ、「被乗数先唱」が出てくるかを、次の例題を使って確認しておきます。

「20個のりんごを一人あたり5個ずつ配ると、何人に配れるか。」(包含除)に対して、わり算を知らない子どもたちへの指導、または除法を乗法と関連づける指導として、かけ算の立式の順に従って表した場合 $5 \times \square = 20$ (1あたり量×いくつ分=全体量) から、 \square を求めるのは九九から容易であり、「20個のりんごを5人に同じ数ずつ配ると、一人あたり何個ずつ配ることになるか。」(等分除)に対するかけ算の式 $\square \times 5 = 20$ から、 \square を求めるのは、包含除ベースよりも手間がかかるというわけです。

「等分するという生活経験が子どもには多い」という意見もありますが、分配するという操作は子どもにとって複雑な作業であり、等分した後の「一人あたりいくつ?」という「全体量」から視点を「1あたり量」に変えて問う質問に答えるのも、より高度であると言えます。こちらは「あまりのあるわり算」の導入の段階なら有効な場面でしょう。

しかし、やはりわり算そのものの導入の段階では「数のまとまりを作っていく活動」の方が操作として単純であり、「いくつのまとまりに分けられた?」とあくまでも視点を「全体量」に置いたまま問う質問に答える方（包含除を先に指導する方）が子どもにとって問題場面全体の把握が容易であり、有効であると言えます。

このように先を見通して、子どもの発達段階に合わせた指導の展開が重要なのです。

～「なぜ割るのか」の判断基準～

『除法における演算決定の困難性を次のように、加減乗と異なる二義性にあると説く。整数四則算法のうち、最も児童の了解に困難を訴ふるのは除法である。(略)即ち、等分・包含といふ派生的の二義的観念が算法の本質をなして居る。この二義性が児童を昏迷せしむる所以である。*2

かくして「算法は四則にあらずして五則なり」などという見解も流布された。また「なぜ割るのか」の判断基準を包含・等分の意味に求めることの重要性が指摘され、等分を「つ割」、包含を「ずつ割」などと称して、意味の徹底を図ろうとする試みさえ出現するにいたった。』

このように、指導者がわり算の特性とその違いを明確にして、子どもの発達段階に応じて適切な指導過程を与え、その理解とその先の指導、わり算における数の操作を具体化を図っていくことによって、子どもたちからわり算に対する混乱を払拭し演算決定をより容易で確実なものにできるのです。つまり「なぜ割るのか」という判断基準を、子どもに2通り分用意させることができます。

「等分除」と「包含除」

「等分除」とは、「全体量÷いくつ分=1あたり量」の計算によって求めるような
「口つに等分」するためのわり算。

「包含除」とは、「全体量÷1あたり量=いくつ分」の計算によって求めるような
「口つずつ等分」するためのわり算。

参照・引用文献

『整数の計算 (リーディングス 新しい算数研究) 第4章 「除法の意味」』

『整数の乗除の意味と計算指導のキーポイント (正木孝昌)』

『Wikipedia 「除法の意味」』

『わり算の意味と方法についての具体的展開 (長田耕一)』

『整数のわり算—その意味と方法— (杉山政衛)』